



Ağustos Ayının Ödüllü Soruları ve Cevapları

Soru 1 :

<i>Açık Yazı</i>	<i>Gizli Yazı</i>
SEZAR	21 4 29 0 24
ŞİFRE	18 8 23 28 9
?	4 17 29 16 28

Cevap 1:

MESAJ

Açık yazıdan gizli yazı oluşturulurken,

(i) Açık yazıdaki her harf, 5 bit ile kodlanmış:

A: indeks: 0 → bitler: 00000
B: indeks: 1 → bitler: 00001
...
...
Z: indeks: 28 → bitler: 11100

(ii) Bu kodlar 5 sütunluk bir tabloya alt alta, ve sırayla yazılmış:

Harf	Kod				
S →	1	0	1	0	1
E →	0	0	1	0	1
Z →	1	1	1	0	0
A →	0	0	0	0	0
R →	1	0	1	0	0

(iii) Oluşan tablonun sıralı sütunlarının ondalık tabandaki değeri, gizli yazıyı oluşturmuştur:

Sütun 1: 1 0 1 0 1 → ondalık değer: 21
Sütun 2: 0 0 1 0 0 → ondalık değer: 4
Sütun 3: 1 1 1 0 1 → ondalık değer: 29
Sütun 4: 0 0 0 0 0 → ondalık değer: 0
Sütun 5: 1 1 0 0 0 → ondalık değer: 24

Bu durumda, verilen gizli yazı olan: 4 17 29 16 28 nın elemanlarının 5' er bitlik gösterimlerini sıralı sütunlar boyunca yazarsak, ve oluşan tablonun satırlarını sırayla okursak, MESAJ açık yazısına erişiriz:

Kod					Ondalık değer	Harf
0	1	1	1	1	15	M
0	0	1	0	1	5	E
1	0	1	0	1	21	S
0	0	0	0	0	0	A
0	1	1	0	0	12	J

Soru 2 :

2, 2, 3, 5, 11, 19, 41, 73, 139, 257, 461, 827, ?

Cevap 2:

1471

Dizinin kuralı: Tüm asal sayılar kümesi içindeki sıra numaraları, Fibonacci dizisi sayılarına (1, 1, 2, 3, 5, 8, ...) karşı düşen asal sayılar yazılmıştır. Yani:

Dizinin 1. terimi → 1. asal sayı: 2
Dizinin 2. terimi → 1. asal sayı: 2
Dizinin 3. terimi → 2. asal sayı: 3
Dizinin 4. terimi → 3. asal sayı: 5
Dizinin 5. terimi → 5. asal sayı: 11
...

Bu özelliğe uyan sıradaki asal sayı: 1471 (karşı düştüğü Fibonacci sayısı: 233, ve 233. asal sayı: 1471).

Soru 3 :

İki sayının En Büyük Ortak Bölenleri (EBOB) 1 ise, bu sayılara aralarında asal denilmektedir (örnek: (5,9), (6,25), ...).

Üç ve daha fazla sayının, 2 sayıdan oluşan tüm alt kümeleri aralarında asal ise, bu sayılara çiftli aralarında asal (pairwise co-prime) denebilir.

Buna göre, aşağıdaki sayılar kümelerinden hangileri çiftli aralarında asaldır?

- (i) {3, 4, 8}
- (ii) {2, 15, 20, 21}
- (iii) {7, 10, 27}
- (iv) {9, 19, 29, 49}

Cevap 3:

(iii) ve (iv)

(i) 2 sayıdan oluşan alt kümelerden $\{4, 8\}$ sayıları aralarında asal değildir. \rightarrow
(i) kümesindeki sayılar çiftli aralarında asal değildir.

(ii) 2 sayıdan oluşan alt kümelerden $\{2, 20\}$, $\{15, 20\}$, $\{15, 21\}$ sayıları aralarında asal değildir. \rightarrow (ii) kümesindeki sayılar çiftli aralarında asal değildir.

(iii) 2 sayıdan oluşan tüm alt kümeler aralarında asaldır. \rightarrow (iii) kümesindeki sayılar çiftli aralarında asaldır.

(iv) 2 sayıdan oluşan tüm alt kümeler aralarında asaldır. \rightarrow (iv) kümesindeki sayılar çiftli aralarında asaldır.